

CONCURSUL NAȚIONAL PENTRU OCUPAREA POSTURILOR /CATEDRELOR DECLARATE
VACANTE/REZERVATE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR

17 iulie 2019

Probă scrisă
MATEMATICĂ

Varianta 3

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 4 ore.

ЗАВДАННЯ I

(30 балів)

1. Дано $(a_n)_{n \geq 1}$ арифметичну прогресію дійсних чисел, з членом $a_4 = 3\sqrt{2}$.
- 5p а) Доказати що, якщо рація прогресії є $\sqrt{2} - 1$, тоді $a_1 = 3$.
- 5p б) Визначити рацію арифметичної прогресії $(a_n)_{n \geq 1}$, знаючи що $a_1 + a_2 + \dots + a_9 = 36\sqrt{2}$.
- 5p в) Доказати що арифметична прогресія $(a_n)_{n \geq 1}$ має найбільши оден раціональний член.
2. Дано гострий трекутник ABC в якому $AB < AC$ і кут A дорівнює 60° . Весоти BE , з $E \in AC$ і CF , з $F \in AB$, трекутника ABC пересікаються в точці H . Медіатреса відрізка BH пересікає сторону AB в P і медіатреса відрізка CH пересікає сторону AC в Q .
- 5p а) Доказати що $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{1}{2}$.
- 5p б) Доказати що $BH \cdot HE = CH \cdot HF$.
- 5p в) Доказати що $BP + CQ = PQ$.

ЗАВДАННЯ II

(30 балів)

1. Нехай x_1, x_2 і x_3 є корені многочлена $f = X^3 + aX^2 + X + 1$, де a комплексни число.
- 5p а) Визначити комплексни число a , знаючи що многочлен f ділиться на многочлен $X + a$.
- 5p б) Для $a = 1$, доказати що $(x_1 + x_2 + x_3)^3 = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$.
- 5p в) Визначити цілі числа a для яких многочлен f має раціональний корінь.
2. Дано функцію $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \arctg(x^2 + 1)$.
- 5p а) Доказати що $f'(x) = \arctg(x^2 + 1) + \frac{2x^2}{1 + (x^2 + 1)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p б) Визначити рівняння похеленої асимптоти в $+\infty$ до графека функції f .
- 5p в) Визначити преметиву $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ функції f , знаючи що $F(0) = \frac{\pi}{8}$.

ЗАВДАННЯ III

(30 балів)

У слідуочий таблиці є частина шкільної програми для IX-го класг (3 години).

Competențe specifice	Conținuturi
1. <i>Recunoașterea corespondenței dintre seturi de date și reprezentări grafice</i> 2. <i>Reprezentarea grafică a unor date diverse în vederea comparării variației lor</i> 3. <i>Aplicarea formulelor de calcul și a lecturii grafice pentru rezolvarea de ecuații, inecuații și sisteme de ecuații</i>	Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea <ul style="list-style-type: none">• Monotonie; punct de extrem (vârful parabolei), interpretare geometrică• Poziționarea parabolei față de axa Ox, semnul funcției, inecuații de forma $ax^2 + bx + c \leq 0$ ($\geq, <, >$), $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, interpretare

<p>4. Exprimarea prin reprezentări grafice a unor condiții algebrice; exprimarea prin condiții algebrice a unor reprezentări grafice</p> <p>5. Determinarea unor relații între condiții algebrice date și graficul funcției de gradul al II-lea</p> <p>6. Utilizarea monotoniei și a punctelor de extrem în optimizarea rezultatelor unor probleme practice</p>	<p>geometrică</p> <ul style="list-style-type: none"> • Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă: rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}, \text{ cu } a, b, c, m, n \in \mathbb{R},$ <p>interpretare geometrică</p>
--	--

(Programa școlară de matematică, OMECI nr. 5099 / 09.09.2009)

Маючи на увазі оцінювання здібності/розв'язку специфічних компетенції даної таблиці, складіть 6 тестових завдань слідуєчих типів: одне тестове завдання з множеною виборів відповіді, одне тестове завдання парного типу, одне тестове завдання з короткою відповіддю, одне тестове завдання для доповнення, одне тестове завдання типу структурного запитання і одне тестове завдання типу розв'язування задач, уточнюючи для кожного тестового завдання компетенцію/компетенції оцінювання.

Nota. Для кожного складаного тестового завдання додаються бали якщо уточнюються компетенцію/компетенції оцінювання, виконання формату тестового завдання, розгорнуте складання і коректність очеканої відповіді (бале оцінування) і наукова коректність математичної інформації.