Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

PRIMO QUESITO (30 punti)

5p **1.** Determinate il numero complesso z, conoscendo che $3z+2\overline{z}=5+2i$, dove $\overline{z}$ è il coniugato di z.

5p **2.** Si considera la funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+a$, con a numero reale. Determinate il numero reale a per il cui $(f\circ f\circ f)(x)=x+3$, per qualunque numero reale x.

5p **3.** Risolvete nell'insieme dei numeri reali l'equazione $\log_3(2x+3)-\log_3 x=1$.

5p **4.** Calcolate la probabilità che, scegliendo un numero dall'insieme dei numeri naturali di tre cifre, questo sia divisibile per 10.

5p **5.** Determinate il numero reale a per il cui i vettori $\vec{u}=(a+1)\vec{i}+(5a-1)\vec{j}$ e $\vec{v}=\vec{i}+3\vec{j}$ sono alineati.

5p **6.** Calcolate l'area del triangolo ABC, conoscendo che $AB=6$, $AC=10$ e $\cos A=\frac{3}{5}$.

SECONDO QUESITO (30 punti)

1. Si considera la matrice $M(x)=\begin{pmatrix} x+1 & 0 & x+2 \\ 0 & x & 0 \\ 3-x & 0 & 4-x \end{pmatrix}$, con x numero reale.

5p **a)** Calcolate $\det(M(-1))$.

5p **b)** Dimostrate che $M(x)+M(y)=M(0)+M(x+y)$, per qualunque numeri reali x ed y.

5p **c)** Determinate le coppie di numeri naturali m ed n, conoscendo che la somma degli elementi della matrice $M(m)\cdot M(1)$ è uguale alla somma degli elementi della matrice $M(1)\cdot M(n)$.

2. Nell'insieme dei numeri reali è definita la legge di composizione associativa $x*y=4x+4y-4xy-3$.

5p **a)** Dimostrate che $x*y=1-4(x-1)(y-1)$, per ogni numeri reali x ed y.

5p **b)** Dimostrate che $x*\frac{1}{x}\geq 1$, per ogni $x\in(0,+\infty)$.

5p **c)** Determinate i numeri reali x per i cui $x*x*x*x=x$.

TERZO QUESITO (30 punti)

1. Si considera la funzione $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=5\ln x-x^2-3x$.

5p **a)** Dimostrate che $f'(x)=\frac{(1-x)(2x+5)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Dimostrate che la funzione f è concava in $(0,+\infty)$.

5p **c)** Dimostrate che $5\ln x\leq x^2+3x-4$, per qualunque $x\in(0,+\infty)$.

2. Si considera la funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x^2+4x+5)e^x$.

5p **a)** Dimostrate che qualunque primitiva della funzione f è crescente in $\mathbb{R}$.

5p **b)** Calcolate $\int_0^1\left(f(x)-x^2e^x-5e^x\right)dx$.

5p **c)** Dimostrate che $\frac{e^2-1}{e^3}\leq\int_{-3}^{-1}f(x)\,dx\leq\frac{2\left(e^2-1\right)}{e^3}$.