

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică *M<sub>șt-nat</sub>*

Clasa a XII-a

Simulare

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

ЗАВДАННЯ I

(30 балів)

- 5р 1. Визначіть комплексне число  $z$ , знаючи що  $3z + 2\bar{z} = 5 + 2i$ , де  $\bar{z}$  є відміне до  $z$ .
- 5р 2. Дано функцію  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + a$ , де  $a$  дійсне число. Визначіть дійсне число  $a$  для якого  $(f \circ f \circ f)(x) = x + 3$ , для будь якого дійсного числа  $x$ .
- 5р 3. Розв'яжіть в множенні дійсних чисел рівняння  $\log_3(2x + 3) - \log_3 x = 1$ .
- 5р 4. Обчисліть імовірність що, веберючи число з множене тріог цефровиг натуралниг чисил, воне б ділилися на 10.
- 5р 5. Визначіть дійсни число  $a$  длі якого векторе  $\vec{u} = (a + 1)\vec{i} + (5a - 1)\vec{j}$  і  $\vec{v} = \vec{i} + 3\vec{j}$  є колініярні.
- 5р 6. Обчисліть площчу трекутника  $ABC$ , знаючи що  $AB = 6$ ,  $AC = 10$  і  $\cos A = \frac{3}{5}$ .

ЗАВДАННЯ II

(30 балів)

1. Дано матрицю  $M(x) = \begin{pmatrix} x+1 & 0 & x+2 \\ 0 & x & 0 \\ 3-x & 0 & 4-x \end{pmatrix}$ , де  $x$  дійсне число.
- 5р а) Обчисліть  $\det(M(-1))$ .
- 5р б) Докажіть що  $M(x) + M(y) = M(0) + M(x + y)$ , для будь який дійсний чисил  $x$  і  $y$ .
- 5р в) Визначіть пару натуралниг чисил  $m$  і  $n$ , знаючи що сума елементів матриці  $M(m) \cdot M(1)$  дорінює суму елементів матриці  $M(1) \cdot M(n)$ .
2. На множенні дійсний чисил дано асоціативний закон композиції  $x * y = 4x + 4y - 4xy - 3$ .
- 5р а) Докажіть що  $x * y = 1 - 4(x - 1)(y - 1)$ , для будь який дійсний чисил  $x$  і  $y$ .
- 5р б) Покажіть що  $x * \frac{1}{x} \geq 1$ , для будь який  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5р в) Визначіть дійсні числа  $x$  для який  $x * x * x * x = x$ .

ЗАВДАННЯ III

(30 балів)

1. Дано функцію  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 5\ln x - x^2 - 3x$ .
- 5р а) Покажіть що  $f'(x) = \frac{(1-x)(2x+5)}{x}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5р б) Докажіть що функція  $f$  є угнута на  $(0, +\infty)$ .
- 5р в) Докажіть що  $5\ln x \leq x^2 + 3x - 4$ , для будь якого  $x \in (0, +\infty)$ .
2. Дано функцію  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x^2 + 4x + 5)e^x$ .
- 5р а) Докажіть що будь яка преметива функції  $f$  є зростаюча на  $\mathbb{R}$ .
- 5р б) Обчисліть  $\int_0^1 (f(x) - x^2 e^x - 5e^x) dx$ .
- 5р в) Докажіть що  $\frac{e^2 - 1}{e^3} \leq \int_{-3}^{-1} f(x) dx \leq \frac{2(e^2 - 1)}{e^3}$ .