

**Examenul de bacalaureat național 2019**

**Proba E. c)**

**Matematică M<sub>șt-nat</sub>**

**Varianta 6**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**ЗАВДАННЯ I**

**(30 балів)**

- 5p** 1. Визначить термен  $b_3$  геометричної прогресії  $(b_n)_{n \geq 1}$ , знаючи що  $b_1 = 1$  і рація  $q = 5$ .
- 5p** 2. Дано функції  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - x + 1$  і  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 4x - 5$ . Визначить абсциси точок перетину графіка данех функції.
- 5p** 3. Розв'язати у множені дійсних чисел рівняння  $\sqrt{2x} + x = 4$ .
- 5p** 4. Обчислити імовірність того що, вебираючи число з множене  $A = \{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{49}\}$ , воно є натуральнем числом.
- 5p** 5. В системі координат  $xOy$  дані точки  $A(2,3)$ ,  $B(-3,0)$  і  $C(-3,6)$ . Визначить рівняння медіани з точки  $A$  трикутника  $ABC$ .
- 5p** 6. Доказати що  $\sin x(3\sin x - \cos x) + \cos x(\sin x + 3\cos x) = 3$ , для будь якого дійсного числа  $x$ .

**ЗАВДАННЯ II**

**(30 балів)**

1. Дано матрицю  $A(a) = \begin{pmatrix} a & 4 \\ -4 & a \end{pmatrix}$ , де  $a$  дійсне число.
- 5p** а) Доказати що  $\det(A(-1)) = 17$ .
- 5p** б) Доказати що  $A(2019 - a) + A(2019 + a) = 2A(2019)$ , для будь якого дійсного числа  $a$ .
- 5p** в) Визначить пару чисел  $x$  і  $y$ , для яких  $A(x)A(y) = 2A(-8)$ .
2. На множені  $G = (-2, 2)$  дано закон композиції  $x * y = \frac{4x + 4y}{4 + xy}$ .
- 5p** а) Доказати що  $0$  є нейтральнем елементом закону композиції „\*”.
- 5p** б) Визначить  $x \in G$ , для якого  $x * x = \frac{8}{5}$ .
- 5p** в) Дано функцію  $f: (0, +\infty) \rightarrow G$ ,  $f(x) = \frac{2(x-1)}{x+1}$ . Доказати що  $f(xy) = f(x) * f(y)$ , для будь якого  $x, y \in (0, +\infty)$ .

**ЗАВДАННЯ III**

**(30 балів)**

1. Дано функцію  $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 1 - 2x + 2\ln(x+1)$ .
- 5p** а) Доказати що  $f'(x) = \frac{-2x}{x+1}$ ,  $x \in (-1, +\infty)$ .
- 5p** б) Визначить рівняння дотичної до графіка функції  $f$  в точці абсциси  $x = 0$ , яка належить графіку функції  $f$ .
- 5p** в) Доказати що  $\ln(1 + \cos x) \leq \cos x$ , для будь якого  $x \in (0, \pi)$ .
2. Дано функцію  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x+3}{e^x}$ .
- 5p** а) Доказати що  $\int_{-1}^1 f(x)e^x dx = 6$ .
- 5p** б) Доказати що будь яка преретива функції  $f$  є зростаюча на проміжку  $[-3, +\infty)$ .
- 5p** в) Визначить натуральне неннульове число  $n$ , знаючи що площена обмежена графіком функції  $f$ , вісь  $Ox$  і прями з рівнянням  $x = 0$  і  $x = n$  має площу  $4 - 6e^{-n}$ .